Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Национальный исследовательский

университет ИТМО”

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки: 09.03.01 - Информатика и вычислительная техника, Компьютерные системы и технологии

Дисциплина: «Дискретная математика»

**Домашнее задание №4**

“Планаризация графа”

Вариант №84

Выполнил:

Брагин Роман Андреевич

Группа: P3116

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович

г. Санкт-Петербург, 2024 г.

**Исходная таблица соединений R:**

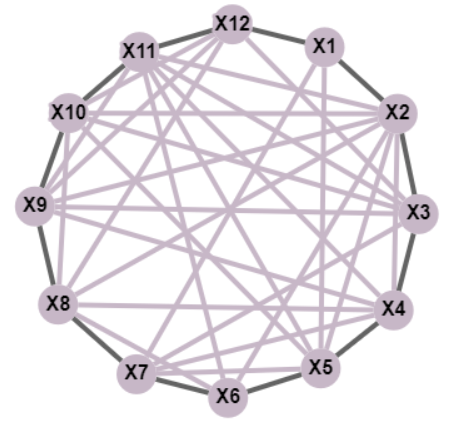
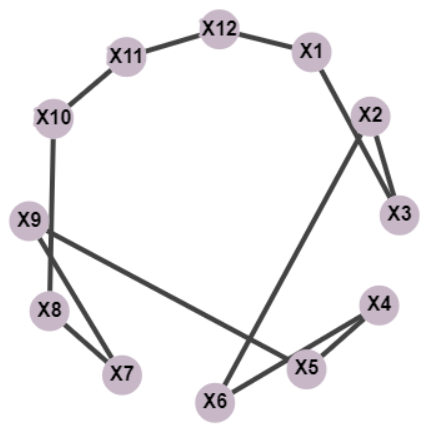
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V/V | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 | X11 | X12 | Ri |
| X1 | 0 |  | 1 | 1 |  |  |  |  | 1 |  |  | 1 | 4 |
| X2 |  | 0 | 1 |  |  | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| X3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 |  | 9 |
| X4 | 1 |  | 1 | 0 | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 | 1 |  | 7 |
| X5 |  |  | 1 | 1 | 0 |  | 1 |  | 1 |  | 1 |  | 5 |
| X6 |  | 1 | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 | 1 |  | 1 |  | 7 |
| X7 |  |  | 1 |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 7 |
| X8 |  | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 | 0 |  | 1 | 1 | 1 | 7 |
| X9 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 0 |  |  |  | 6 |
| X10 |  | 1 | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 |  | 0 | 1 | 1 | 7 |
| X11 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 |  | 1 | 0 | 1 | 8 |
| X12 | 1 | 1 |  |  |  |  | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 0 | 6 |

**Нахождение гамильтонова цикла:**

Включаем в S вершину x1. S={x1}   
Возможная вершина: x3. S={x1, x3}   
Возможная вершина: x2. S={x1, x3, x2}   
Возможная вершина: x6. S={x1, x3, x2, x6}   
Возможная вершина: x4. S={x1, x3, x2, x6, x4}   
Возможная вершина: x5. S={x1, x3, x2, x6, x4, x5}   
Возможная вершина: x9. S={x1, x3, x2, x6, x4, x5, x9}   
Возможная вершина: x7. S={x1, x3, x2, x6, x4, x5, x9, x7}   
Возможная вершина: x8. S={x1, x3, x2, x6, x4, x5, x9, x7, x8}   
Возможная вершина: x10. S={x1, x3, x2, x6, x4, x5, x9, x7, x8, x10}   
Возможная вершина: x11. S={x1, x3, x2, x6, x4, x5, x9, x7, x8, x10, x11}   
Возможная вершина: x12. S={x1, x3, x2, x6, x4, x5, x9, x7, x8, x10, x11, x12}  
Гамильтонов цикл найден. S={x1, x3, x2, x6, x4, x5, x9, x7, x8, x10, x11, x12}

**Построение графа пересечений G’**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| До перенумерации | X1 | X3 | X2 | X6 | X4 | X5 | X9 | X7 | X8 | X10 | X11 | X12 |
| После перенумерации | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 | X12 | X12 |



**Матрица смежности с перенумерованными вершинами:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V/V | | X1 | X3 | X2 | X6 | X4 | X5 | X9 | X7 | X8 | X10 | X11 | X12 |
| X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 | X11 | X12 |
| X1 | X1 | 0 | × | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | × |
| X3 | X2 |  | 0 | × | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| X2 | X3 |  |  | 0 | × | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| X6 | X4 |  |  |  | 0 | × | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| X4 | X5 |  |  |  |  | 0 | × | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| X5 | X6 |  |  |  |  |  | 0 | × | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| X9 | X7 |  |  |  |  |  |  | 0 | × | 0 | 0 | 0 | 0 |
| X7 | X8 |  |  |  |  |  |  |  | 0 | × | 1 | 0 | 1 |
| X8 | X9 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | × | 1 | 1 |
| X10 | X10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | × | 1 |
| X11 | X11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | × |
| X12 | X12 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |

**Построение графа пересечений G′:**

Определим p211, для чего в матрице R выделим подматрицу R211.   
Ребро (x2x11) пересекается с (x1x5),(x1x7)   
Определим p210, для чего в матрице R выделим подматрицу R210.   
Ребро (x2x10) пересекается с (x1x5),(x1x7)   
Определим p29, для чего в матрице R выделим подматрицу R29.   
Ребро (x2x9) пересекается с (x1x5),(x1x7)   
Определим p28, для чего в матрице R выделим подматрицу R28.   
Ребро (x2x8) пересекается с (x1x5),(x1x7)   
Определим p26, для чего в матрице R выделим подматрицу R26.   
Ребро (x2x6) пересекается с (x1x5)   
Определим p312, для чего в матрице R выделим подматрицу R312.   
Ребро (x3x12) пересекается с (x1x5),(x1x7),(x2x4),(x2x5),(x2x6),(x2x8),(x2x9),(x2x10),(x2x11)   
Определим p311, для чего в матрице R выделим подматрицу R311.   
Ребро (x3x11) пересекается с (x1x5),(x1x7),(x2x4),(x2x5),(x2x6),(x2x8),(x2x9),(x2x10)   
Определим p310, для чего в матрице R выделим подматрицу R310.   
Ребро (x3x10) пересекается с (x1x5),(x1x7),(x2x4),(x2x5),(x2x6),(x2x8),(x2x9)   
Определим p39, для чего в матрице R выделим подматрицу R39.   
Ребро (x3x9) пересекается с (x1x5),(x1x7),(x2x4),(x2x5),(x2x6),(x2x8)   
Определим p37, для чего в матрице R выделим подматрицу R37.   
Ребро (x3x7) пересекается с (x1x5),(x2x4),(x2x5),(x2x6)   
Определим p411, для чего в матрице R выделим подматрицу R411.   
Ребро (x4x11) пересекается с (x1x5),(x1x7),(x2x5),(x2x6),(x2x8),(x2x9),(x2x10),(x3x7),(x3x9),(x3x10)   
15 пересечений графа найдено, закончим поиск.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | P1,5 | P2,11 | P1,7 | P2,10 | P2,9 | P2,8 | P2,6 | P3,12 | P2,4 | P2,5 | P3,11 | P3,10 | P3,9 | P3,7 | P4,11 |
| P1,5 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| P2,11 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |
| P1,7 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 |  |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 |
| P2,10 | 1 |  | 1 | 1 |  |  |  | 1 |  |  | 1 |  |  |  | 1 |
| P2,9 | 1 |  | 1 |  | 1 |  |  | 1 |  |  | 1 | 1 |  |  | 1 |
| P2,8 | 1 |  | 1 |  |  | 1 |  | 1 |  |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 |
| P2,6 | 1 |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| P3,12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |
| P2,4 |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| P2,5 |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| P3,11 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |
| P3,10 | 1 |  | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 |  | 1 |  |  | 1 |
| P3,9 | 1 |  | 1 |  |  | 1 | 1 |  | 1 | 1 |  |  | 1 |  | 1 |
| P3,7 | 1 |  |  |  |  |  | 1 |  | 1 | 1 |  |  |  | 1 | 1 |
| P4,11 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 |

**Построение семейства ψG:**

В 1 строке ищем первый нулевой элемент - r1 3.

Записываем дизъюнкцию   
M1 3=r1∨r3=110111110011111∨011111010011101=111111110011111   
В строке M1 3 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,10}.

Записываем дизъюнкцию   
M1 3 9=M1 3∨r9=111111110011111∨000000011011110=111111111011111   
В строке M1 3 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.

Записываем дизъюнкцию   
M1 3 9 10=M1 3 9∨r10=111111111011111∨000000010111111=111111111111111   
В строке M1 3 9 10 все 1.   
**Построено ψ1={u1 5,u1 7,u2 4,u2 5}**

Записываем дизъюнкцию   
M1 3 10=M1 3∨r10=111111110011111∨000000010111111=111111110111111   
В строке M1 3 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M1 9=r1∨r9=110111110011111∨000000011011110=110111111011111   
В строке M1 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.   
Строка 10 не закроет ноль на 3 позиции.

Записываем дизъюнкцию   
M1 10=r1∨r10=110111110011111∨000000010111111=110111110111111   
В строке M1 10 остались незакрытые 0.

В 2 строке ищем первый нулевой элемент - r2 4.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4=r2∨r4=111000010000000∨101100010010001=111100010010001   
В строке M2 4 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={5,6,7,9,10,12,13,14}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5=M2 4∨r5=111100010010001∨101010010011001=111110010011001   
В строке M2 4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={6,7,9,10,13,14}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 6=M2 4 5∨r6=111110010011001∨101001010011101=111111010011101   
В строке M2 4 5 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7,9,10,14}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 6 7=M2 4 5 6∨r7=111111010011101∨100000110011111=111111110011111   
В строке M2 4 5 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,10}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 6 7 9=M2 4 5 6 7∨r9=111111110011111∨000000011011110=111111111011111   
В строке M2 4 5 6 7 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 6 7 9 10=M2 4 5 6 7 9∨r10=111111111011111∨000000010111111=111111111111111 В строке M2 4 5 6 7 9 10 все 1.   
**Построено ψ2={u2 11,u2 10,u2 9,u2 8,u2 6,u2 4,u2 5}**

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 6 7 10=M2 4 5 6 7∨r10=111111110011111∨000000010111111=111111110111111   
В строке M2 4 5 6 7 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 6 9=M2 4 5 6∨r9=111111010011101∨000000011011110=111111011011111   
В строке M2 4 5 6 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.   
Строка 10 не закроет ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 6 10=M2 4 5 6∨r10=111111010011101∨000000010111111=111111010111111   
В строке M2 4 5 6 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 6 14=M2 4 5 6∨r14=111111010011101∨100000101100011=111111111111111   
В строке M2 4 5 6 14 все 1.   
**Построено ψ3={u2 11,u2 10,u2 9,u2 8,u3 7}**

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 7=M2 4 5∨r7=111110010011001∨100000110011111=111110110011111   
В строке M2 4 5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,10}.   
Строки 9, 10 не закроют ноль на 6 позиции.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 9=M2 4 5∨r9=111110010011001∨000000011011110=111110011011111   
В строке M2 4 5 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.   
Строка 10 не закроет нули на позициях 6, 7

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 10=M2 4 5∨r10=111110010011001∨000000010111111=111110010111111   
В строке M2 4 5 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 13=M2 4 5∨r13=111110010011001∨101001101100101=111111111111101   
В строке M2 4 5 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 13 14=M2 4 5 13∨r14=111111111111101∨100000101100011=111111111111111   
В строке M2 4 5 13 14 все 1.   
**Построено ψ4={u2 11,u2 10,u2 9,u3 9,u3 7}**

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 5 14=M2 4 5∨r14=111110010011001∨100000101100011=111110111111011   
В строке M2 4 5 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 6=M2 4∨r6=111100010010001∨101001010011101=111101010011101   
В строке M2 4 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7,9,10,14}.   
Строки 7, 9, 10, 14 не закроют ноль на 5 позиции.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 7=M2 4∨r7=111100010010001∨100000110011111=111100110011111   
В строке M2 4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,10}.   
Строки 9, 10 не закроют нули на позициях 5, 6

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 9=M2 4∨r9=111100010010001∨000000011011110=111100011011111   
В строке M2 4 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.   
Строка 10 не закроет нули на позициях 5, 6, 7

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 10=M2 4∨r10=111100010010001∨000000010111111=111100010111111   
В строке M2 4 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 12=M2 4∨r12=111100010010001∨101011101101001=111111111111001   
В строке M2 4 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13,14}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 12 13=M2 4 12∨r13=111111111111001∨101001101100101=111111111111101   
В строке M2 4 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 12 13 14=M2 4 12 13∨r14=111111111111101∨100000101100011=111111111111111   
В строке M2 4 12 13 14 все 1.   
**Построено ψ5={u2 11,u2 10,u3 10,u3 9,u3 7}**

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 12 14=M2 4 12∨r14=111111111111001∨100000101100011=111111111111011   
В строке M2 4 12 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 13=M2 4∨r13=111100010010001∨101001101100101=111101111110101   
В строке M2 4 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.   
Строка 14 не закроет нули на позициях 5, 12

Записываем дизъюнкцию   
M2 4 14=M2 4∨r14=111100010010001∨100000101100011=111100111110011   
В строке M2 4 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 5=r2∨r5=111000010000000∨101010010011001=111010010011001   
В строке M2 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={6,7,9,10,13,14}.   
Строки 6, 7, 9, 10, 13, 14 не закроют ноль на 4 позиции.

Записываем дизъюнкцию   
M2 6=r2∨r6=111000010000000∨101001010011101=111001010011101   
В строке M2 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7,9,10,14}.   
Строки 7, 9, 10, 14 не закроют нули на позициях 4, 5

Записываем дизъюнкцию   
M2 7=r2∨r7=111000010000000∨100000110011111=111000110011111   
В строке M2 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,10}.   
Строки 9, 10 не закроют нули на позициях 4, 5, 6

Записываем дизъюнкцию   
M2 9=r2∨r9=111000010000000∨000000011011110=111000011011110   
В строке M2 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10,15}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 9 10=M2 9∨r10=111000011011110∨000000010111111=111000011111111   
В строке M2 9 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 9 15=M2 9∨r15=111000011011110∨101111100101111=111111111111111   
В строке M2 9 15 все 1.   
**Построено ψ6={u2 11,u2 4,u4 11}**

Записываем дизъюнкцию   
M2 10=r2∨r10=111000010000000∨000000010111111=111000010111111   
В строке M2 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 11=r2∨r11=111000010000000∨101111101110000=111111111110000   
В строке M2 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13,14,15}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 11 12=M2 11∨r12=111111111110000∨101011101101001=111111111111001   
В строке M2 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13,14}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 11 12 13=M2 11 12∨r13=111111111111001∨101001101100101=111111111111101   
В строке M2 11 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.

Записываем дизъюнкцию   
M2 11 12 13 14=M2 11 12 13∨r14=111111111111101∨100000101100011=111111111111111   
В строке M2 11 12 13 14 все 1.   
**Построено ψ7={u2 11,u3 11,u3 10,u3 9,u3 7}**

Записываем дизъюнкцию   
M2 11 12 14=M2 11 12∨r14=111111111111001∨100000101100011=111111111111011   
В строке M2 11 12 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 11 13=M2 11∨r13=111111111110000∨101001101100101=111111111110101   
В строке M2 11 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.   
Строка 14 не закроет ноль на 12 позиции.

Записываем дизъюнкцию   
M2 11 14=M2 11∨r14=111111111110000∨100000101100011=111111111110011   
В строке M2 11 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 11 15=M2 11∨r15=111111111110000∨101111100101111=111111111111111   
В строке M2 11 15 все 1.   
**Построено ψ8={u2 11,u3 11,u4 11}**

Записываем дизъюнкцию   
M2 12=r2∨r12=111000010000000∨101011101101001=111011111101001   
В строке M2 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13,14}.   
Строки 13, 14 не закроют нули на позициях 4, 11

Записываем дизъюнкцию   
M2 13=r2∨r13=111000010000000∨101001101100101=111001111100101   
В строке M2 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.   
Строка 14 не закроет нули на позициях 4, 5, 11, 12

Записываем дизъюнкцию   
M2 14=r2∨r14=111000010000000∨100000101100011=111000111100011   
В строке M2 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M2 15=r2∨r15=111000010000000∨101111100101111=111111110101111   
В строке M2 15 остались незакрытые 0.

В 3 строке ищем первый нулевой элемент - r3 7.

Записываем дизъюнкцию   
M3 7=r3∨r7=011111010011101∨100000110011111=111111110011111   
В строке M3 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,10}.

Записываем дизъюнкцию   
M3 7 9=M3 7∨r9=111111110011111∨000000011011110=111111111011111   
В строке M3 7 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.

Записываем дизъюнкцию   
M3 7 9 10=M3 7 9∨r10=111111111011111∨000000010111111=111111111111111   
В строке M3 7 9 10 все 1.   
**Построено ψ9={u1 7,u2 6,u2 4,u2 5}**

Записываем дизъюнкцию   
M3 7 10=M3 7∨r10=111111110011111∨000000010111111=111111110111111   
В строке M3 7 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M3 9=r3∨r9=011111010011101∨000000011011110=011111011011111   
В строке M3 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.   
Строка 10 не закроет нули на позициях 1, 7

Записываем дизъюнкцию   
M3 10=r3∨r10=011111010011101∨000000010111111=011111010111111   
В строке M3 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M3 14=r3∨r14=011111010011101∨100000101100011=111111111111111   
В строке M3 14 все 1.   
**Построено ψ10={u1 7,u3 7}**

В 4 строке ищем первый нулевой элемент - r4 5.

Записываем дизъюнкцию   
M4 5=r4∨r5=101100010010001∨101010010011001=101110010011001   
В строке M4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={6,7,9,10,13,14}.   
Строки 6, 7, 9, 10, 13, 14 не закроют ноль на 2 позиции.

Записываем дизъюнкцию   
M4 6=r4∨r6=101100010010001∨101001010011101=101101010011101   
В строке M4 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7,9,10,14}.   
Строки 7, 9, 10, 14 не закроют нули на позициях 2, 5

Записываем дизъюнкцию   
M4 7=r4∨r7=101100010010001∨100000110011111=101100110011111   
В строке M4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,10}.   
Строки 9, 10 не закроют нули на позициях 2, 5, 6

Записываем дизъюнкцию   
M4 9=r4∨r9=101100010010001∨000000011011110=101100011011111   
В строке M4 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.   
Строка 10 не закроет нули на позициях 2, 5, 6, 7

Записываем дизъюнкцию   
M4 10=r4∨r10=101100010010001∨000000010111111=101100010111111   
В строке M4 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M4 12=r4∨r12=101100010010001∨101011101101001=101111111111001   
В строке M4 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13,14}.   
Строки 13, 14 не закроют ноль на 2 позиции.

Записываем дизъюнкцию   
M4 13=r4∨r13=101100010010001∨101001101100101=101101111110101   
В строке M4 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.   
Строка 14 не закроет нули на позициях 2, 5, 12

Записываем дизъюнкцию   
M4 14=r4∨r14=101100010010001∨100000101100011=101100111110011   
В строке M4 14 остались незакрытые 0.

В 5 строке ищем первый нулевой элемент - r5 6.

Записываем дизъюнкцию   
M5 6=r5∨r6=101010010011001∨101001010011101=101011010011101   
В строке M5 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7,9,10,14}.   
Строки 7, 9, 10, 14 не закроют нули на позициях 2, 4

Записываем дизъюнкцию   
M5 7=r5∨r7=101010010011001∨100000110011111=101010110011111   
В строке M5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,10}.   
Строки 9, 10 не закроют нули на позициях 2, 4, 6

Записываем дизъюнкцию   
M5 9=r5∨r9=101010010011001∨000000011011110=101010011011111   
В строке M5 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.   
Строка 10 не закроет нули на позициях 2, 4, 6, 7

Записываем дизъюнкцию   
M5 10=r5∨r10=101010010011001∨000000010111111=101010010111111   
В строке M5 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M5 13=r5∨r13=101010010011001∨101001101100101=101011111111101   
В строке M5 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.   
Строка 14 не закроет нули на позициях 2, 4

Записываем дизъюнкцию   
M5 14=r5∨r14=101010010011001∨100000101100011=101010111111011   
В строке M5 14 остались незакрытые 0.

В 6 строке ищем первый нулевой элемент - r6 7.

Записываем дизъюнкцию   
M6 7=r6∨r7=101001010011101∨100000110011111=101001110011111   
В строке M6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,10}.   
Строки 9, 10 не закроют нули на позициях 2, 4, 5

Записываем дизъюнкцию   
M6 9=r6∨r9=101001010011101∨000000011011110=101001011011111   
В строке M6 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.   
Строка 10 не закроет нули на позициях 2, 4, 5, 7

Записываем дизъюнкцию   
M6 10=r6∨r10=101001010011101∨000000010111111=101001010111111   
В строке M6 10 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M6 14=r6∨r14=101001010011101∨100000101100011=101001111111111   
В строке M6 14 остались незакрытые 0.

В 7 строке ищем первый нулевой элемент - r7 9.

Записываем дизъюнкцию   
M7 9=r7∨r9=100000110011111∨000000011011110=100000111011111   
В строке M7 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}.   
Строка 10 не закроет нули на позициях 2, 3, 4, 5, 6

Записываем дизъюнкцию   
M7 10=r7∨r10=100000110011111∨000000010111111=100000110111111   
В строке M7 10 остались незакрытые 0.

В 8 строке ищем первый нулевой элемент - r8 11.

Записываем дизъюнкцию   
M8 11=r8∨r11=111111111100000∨101111101110000=111111111110000   
В строке M8 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12,13,14,15}.

Записываем дизъюнкцию   
M8 11 12=M8 11∨r12=111111111110000∨101011101101001=111111111111001   
В строке M8 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13,14}.

Записываем дизъюнкцию   
M8 11 12 13=M8 11 12∨r13=111111111111001∨101001101100101=111111111111101   
В строке M8 11 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.

Записываем дизъюнкцию   
M8 11 12 13 14=M8 11 12 13∨r14=111111111111101∨100000101100011=111111111111111   
В строке M8 11 12 13 14 все 1.   
**Построено ψ11={u3 12,u3 11,u3 10,u3 9,u3 7}**

Записываем дизъюнкцию   
M8 11 12 14=M8 11 12∨r14=111111111111001∨100000101100011=111111111111011   
В строке M8 11 12 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M8 11 13=M8 11∨r13=111111111110000∨101001101100101=111111111110101   
В строке M8 11 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.   
Строка 14 не закроет ноль на 12 позиции.

Записываем дизъюнкцию   
M8 11 14=M8 11∨r14=111111111110000∨100000101100011=111111111110011   
В строке M8 11 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M8 11 15=M8 11∨r15=111111111110000∨101111100101111=111111111111111   
В строке M8 11 15 все 1.   
**Построено ψ12={u3 12,u3 11,u4 11}**

Записываем дизъюнкцию   
M8 12=r8∨r12=111111111100000∨101011101101001=111111111101001   
В строке M8 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13,14}.   
Строки 13, 14 не закроют ноль на 11 позиции.

Записываем дизъюнкцию   
M8 13=r8∨r13=111111111100000∨101001101100101=111111111100101   
В строке M8 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14}.   
Строка 14 не закроет нули на позициях 11, 12

Записываем дизъюнкцию   
M8 14=r8∨r14=111111111100000∨100000101100011=111111111100011   
В строке M8 14 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию   
M8 15=r8∨r15=111111111100000∨101111100101111=111111111101111   
В строке M8 15 остались незакрытые 0.

Из матрицы R(G′) видно, что строки с номерами j > 8 не смогут закрыть ноль в позиции 2.

**Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств ψG построено. Это:**

ψ1={u1 5, u1 7, u2 4, u2 5}

ψ2={u2 11, u2 10, u2 9, u2 8, u2 6, u2 4, u2 5}

ψ3={u2 11, u2 10, u2 9, u2 8, u3 7}

ψ4={u2 11, u2 10, u2 9, u3 9, u3 7}

ψ5={u2 11, u2 10, u3 10, u3 9, u3 7}

ψ6={u2 11, u2 4, u4 11}

ψ7={u2 11, u3 11, u3 10, u3 9, u3 7}

ψ8={u2 11, u3 11, u4 11}

ψ9={u1 7, u2 6, u2 4, u2 5}

ψ10={u1 7, u3 7}

ψ11={u3 12, u3 11, u3 10, u3 9, u3 7}

ψ12={u3 12, u3 11, u4 11}

**Выделение из** G′ **максимального двудольного подграфа H′**

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия αγβ=|ψγ|+|ψβ|−|ψγ∩ψβ|:

α12=|ψ1|+|ψ2|−|ψ1∩ψ2|=4+7−2=9

α13=|ψ1|+|ψ3|−|ψ1∩ψ3|=4+5−0=9

α14=|ψ1|+|ψ4|−|ψ1∩ψ4|=4+5−0=9

α15=|ψ1|+|ψ5|−|ψ1∩ψ5|=4+5−0=9

α16=|ψ1|+|ψ6|−|ψ1∩ψ6|=4+3−1=6

α17=|ψ1|+|ψ7|−|ψ1∩ψ7|=4+5−0=9

α18=|ψ1|+|ψ8|−|ψ1∩ψ8|=4+3−0=7

α19=|ψ1|+|ψ9|−|ψ1∩ψ9|=4+4−3=5

α110=|ψ1|+|ψ10|−|ψ1∩ψ10|=4+2−1=5

α111=|ψ1|+|ψ11|−|ψ1∩ψ11|=4+5−0=9

α112=|ψ1|+|ψ12|−|ψ1∩ψ12|=4+3−0=7

α23=|ψ2|+|ψ3|−|ψ2∩ψ3|=7+5−4=8

α24=|ψ2|+|ψ4|−|ψ2∩ψ4|=7+5−3=9

α25=|ψ2|+|ψ5|−|ψ2∩ψ5|=7+5−2=10

α26=|ψ2|+|ψ6|−|ψ2∩ψ6|=7+3−2=8

α27=|ψ2|+|ψ7|−|ψ2∩ψ7|=7+5−1=11

α28=|ψ2|+|ψ8|−|ψ2∩ψ8|=7+3−1=9

α29=|ψ2|+|ψ9|−|ψ2∩ψ9|=7+4−3=8

α210=|ψ2|+|ψ10|−|ψ2∩ψ10|=7+2−0=9

α211=|ψ2|+|ψ11|−|ψ2∩ψ11|=7+5−0=12

α212=|ψ2|+|ψ12|−|ψ2∩ψ12|=7+3−0=10

α34=|ψ3|+|ψ4|−|ψ3∩ψ4|=5+5−4=6

α35=|ψ3|+|ψ5|−|ψ3∩ψ5|=5+5−3=7

α36=|ψ3|+|ψ6|−|ψ3∩ψ6|=5+3−1=7

α37=|ψ3|+|ψ7|−|ψ3∩ψ7|=5+5−2=8

α38=|ψ3|+|ψ8|−|ψ3∩ψ8|=5+3−1=7

α39=|ψ3|+|ψ9|−|ψ3∩ψ9|=5+4−0=9

α310=|ψ3|+|ψ10|−|ψ3∩ψ10|=5+2−1=6

α311=|ψ3|+|ψ11|−|ψ3∩ψ11|=5+5−1=9

α312=|ψ3|+|ψ12|−|ψ3∩ψ12|=5+3−0=8

α45=|ψ4|+|ψ5|−|ψ4∩ψ5|=5+5−4=6

α46=|ψ4|+|ψ6|−|ψ4∩ψ6|=5+3−1=7

α47=|ψ4|+|ψ7|−|ψ4∩ψ7|=5+5−3=7

α48=|ψ4|+|ψ8|−|ψ4∩ψ8|=5+3−1=7

α49=|ψ4|+|ψ9|−|ψ4∩ψ9|=5+4−0=9

α410=|ψ4|+|ψ10|−|ψ4∩ψ10|=5+2−1=6

α411=|ψ4|+|ψ11|−|ψ4∩ψ11|=5+5−2=8

α412=|ψ4|+|ψ12|−|ψ4∩ψ12|=5+3−0=8

α56=|ψ5|+|ψ6|−|ψ5∩ψ6|=5+3−1=7

α57=|ψ5|+|ψ7|−|ψ5∩ψ7|=5+5−4=6

α58=|ψ5|+|ψ8|−|ψ5∩ψ8|=5+3−1=7

α59=|ψ5|+|ψ9|−|ψ5∩ψ9|=5+4−0=9

α510=|ψ5|+|ψ10|−|ψ5∩ψ10|=5+2−1=6

α511=|ψ5|+|ψ11|−|ψ5∩ψ11|=5+5−3=7

α512=|ψ5|+|ψ12|−|ψ5∩ψ12|=5+3−0=8

α67=|ψ6|+|ψ7|−|ψ6∩ψ7|=3+5−1=7

α68=|ψ6|+|ψ8|−|ψ6∩ψ8|=3+3−2=4

α69=|ψ6|+|ψ9|−|ψ6∩ψ9|=3+4−1=6

α610=|ψ6|+|ψ10|−|ψ6∩ψ10|=3+2−0=5

α611=|ψ6|+|ψ11|−|ψ6∩ψ11|=3+5−0=8

α612=|ψ6|+|ψ12|−|ψ6∩ψ12|=3+3−1=5

α78=|ψ7|+|ψ8|−|ψ7∩ψ8|=5+3−2=6

α79=|ψ7|+|ψ9|−|ψ7∩ψ9|=5+4−0=9

α710=|ψ7|+|ψ10|−|ψ7∩ψ10|=5+2−1=6

α711=|ψ7|+|ψ11|−|ψ7∩ψ11|=5+5−4=6

α712=|ψ7|+|ψ12|−|ψ7∩ψ12|=5+3−1=7

α89=|ψ8|+|ψ9|−|ψ8∩ψ9|=3+4−0=7

α810=|ψ8|+|ψ10|−|ψ8∩ψ10|=3+2−0=5

α811=|ψ8|+|ψ11|−|ψ8∩ψ11|=3+5−1=7

α812=|ψ8|+|ψ12|−|ψ8∩ψ12|=3+3−2=4

α910=|ψ9|+|ψ10|−|ψ9∩ψ10|=4+2−1=5

α911=|ψ9|+|ψ11|−|ψ9∩ψ11|=4+5−0=9

α912=|ψ9|+|ψ12|−|ψ9∩ψ12|=4+3−0=7

α1011=|ψ10|+|ψ11|−|ψ10∩ψ11|=2+5−1=6

α1012=|ψ10|+|ψ12|−|ψ10∩ψ12|=2+3−0=5

α1112=|ψ11|+|ψ12|−|ψ11∩ψ12|=5+3−2=6

**Результаты вычислений запишем в матрицу A = || αγδ||.**

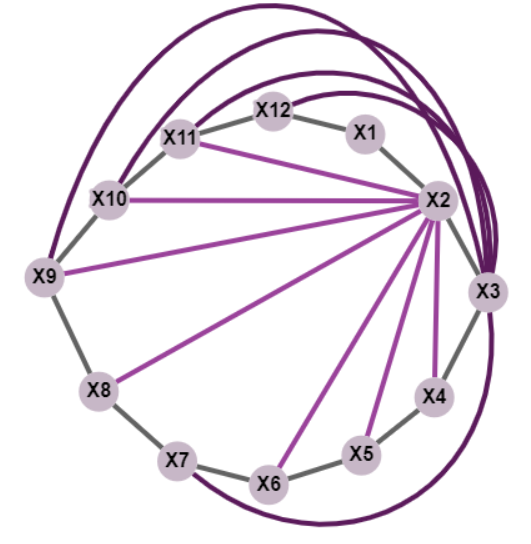
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Ψ1 | Ψ2 | Ψ3 | Ψ4 | Ψ5 | Ψ6 | Ψ7 | Ψ8 | Ψ9 | Ψ10 | Ψ11 | Ψ12 |
| Ψ1 |  | 9 | 9 | 9 | 9 | 6 | 9 | 7 | 5 | 5 | 9 | 7 |
| Ψ2 |  |  | 8 | 9 | 10 | 8 | 11 | 9 | 8 | 9 | 12 | 10 |
| Ψ3 |  |  |  | 6 | 7 | 7 | 8 | 7 | 9 | 6 | 9 | 8 |
| Ψ4 |  |  |  |  | 6 | 7 | 7 | 7 | 9 | 6 | 8 | 8 |
| Ψ5 |  |  |  |  |  | 7 | 6 | 7 | 9 | 6 | 7 | 8 |
| Ψ6 |  |  |  |  |  |  | 7 | 4 | 6 | 5 | 8 | 5 |
| Ψ7 |  |  |  |  |  |  |  | 6 | 9 | 6 | 6 | 7 |
| Ψ8 |  |  |  |  |  |  |  |  | 7 | 5 | 7 | 4 |
| Ψ9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 5 | 9 | 7 |
| Ψ10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 6 | 5 |
| Ψ11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 6 |
| Ψ12 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

max =, α2 11 = 12

ψ2={u2 11, u2 10, u2 9, u2 8, u2 6, u2 5, u2 4}

ψ11={u3 12, u3 11, u3 10, u3 9, u3 7}

В суграфе *H1*, содержащем максимальное число непересекающихся рёбер, рёбра, вощедшие в ψ2, проводим внутри гамильтонова цикла, а в ψ11 – вне его.

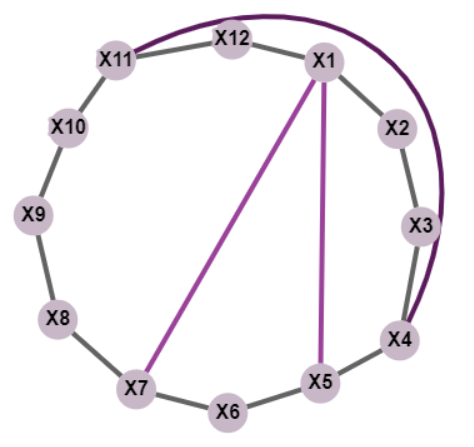


Не реализованы рёбра: {u1 5, u1 7, u4 11}.

Удалим из ψG’ рёбра, вошедшие в ψ2 и ψ11, объединим множества:  
  
ψ1={u1 5, u1 7}

ψ6={u4 11}

В суграфе *H2* рёбра, вощедшие в ψ1, проводим внутри гамильтонова цикла, а в ψ6 – вне его.



Все рёбра графа G реализованы. Толщина графа m = 2.